

1 Zuflussgesteuertes Rebalancing für Portfolio Performance

1.1 Variablen

- n : Anzahl an Assets
- d_i : Anteil am Rebalancing-Kapital für Asset i
- v_i : Anfangsbetrag des Assets i
- p_i : Gewünschter prozentualer Anteil des Assets i
- $minBuyAmount_i$: Mindestkaufbetrag des Assets i
- $rebalancingCapital$: Zum rebalancing verfügbares Kapital

1.2 Constraints

Die folgende Beschränkung bei der Optimierung ermöglicht es, pro Asset einen Mindestkaufbetrag festzulegen. Dies kann dem Mindestkaufbetrag der Bank entsprechen oder auch 0 sein.

$$0 \leq d_i - minBuyAmount_i \quad \forall i \in [1..n] \quad (1)$$

Die nächste Beschränkung sorgt dafür, dass die Aufteilung des Kapitals zusammen mit den Kosten genau dem Rebalancing-Kapitals entsprechen.

$$0 = rebalancingCapital - \sum_{i \in [1..n]} d_i + cost_i \quad (2)$$

1.3 Zielfunktion

Die folgende Zielfunktion minimiert den quadratischen Fehler zur prozentualen Abweichung nach der Verteilung des Rebalancing-Kapitals.

$$\arg \min_d \sum_{i \in [1..n]} \left(p_i - \frac{v_i + d_i}{\sum_{j \in [1..n]} v_j + d_j} \right)^2 \quad (3)$$

1.4 Jakobi-Matrix

Für den Sequential Least Squares Programming (SLSQP) Algorithmus muss die Jakobi-Matrix der Zielfunktion aufgestellt werden.

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial d_1} & \frac{\partial f_1}{\partial d_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial d_n} \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad \frac{\partial f_1}{\partial d_i} = \sum_{j \in [1..n]} g(i, j)$$

$$g(i, j) = \begin{cases} 2 * \frac{[p_i * (\sum_{k \in [1..n]} v_k + d_k) - v_i + d_i] * [u_i - (\sum_{k \in [1..n]} v_k + d_k)]}{(\sum_{k \in [1..n]} v_k + d_k)^3} & falls \quad i = j \\ 2 * \frac{p_i * v_i + d_i * (\sum_{k \in [1..n]} v_k + d_k) - (v_i + d_i)^2}{(\sum_{k \in [1..n]} v_k + d_k)^3} & sonst \end{cases}$$